MatheA /WS13/14

Klausur 1.Termin

07.02.2014

Hinweise zur Bearbeitung

- versehen Sie das erste Blatt (rechts oben) mit Ihrem **Namen**.
- Dieses Klausurheft besteht aus *7 Seiten* (+DeckBlatt) und darf nicht auseinandergerissen werden. Es wird nur bewertet was sie in dieses Klausurheft schreiben. Alles weitere bleibt unberücksichtigt.
- Für Ihre Antworten verwenden Sie bitte den freigelassenen Raum bzw. die vorgegebenen Koordinatensysteme. Falls nötig, benutzen Sie auch die Blattrückseiten des Klausurheftes.
- Bitte **nicht mit Bleistift** schreiben/zeichnen.
- Ihre numerischen Ergebnisse dürfen Brüche enthalten. Wenn sie Dezimalzahlen angeben, rechnen Sie bitte auf 3 Nachkommastellen genau.
- *Es ist unzureichend nur Endergebnisse anzugeben. Die wesentlichen Rechenschritte und Begründungen sind anzugeben.*
- Es dürfen nur **nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Textspeicher**, **ohne Grafik-Anzeige, sowie ohne Infrarot- und Funkschnittstellen benutzt werde**
- Erlaubt ist eine eigene handschriftlich angefertigte **Formelsammlung** im Umfang von einem beidseitig beschriebenen DINA4-Blatt
- Formelsammlung bitte mit der Klausur abgeben
- Schmierpapier wird ausgeteilt, bitte kein eigenes Schmierpapier verwenden. Bitte zusammen mit der Klausur abgeben.
- Sie haben **60 Minuten** Zeit zur Bearbeitung.
- nicht vergessen: **Handies aus**

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

	Aufgabe:	1)	2)	3)	4)	5)
	Punkte:					

Klaus1TerminWS13/14

1) Approximation:

a) Approximieren Sie die Funktion $f(x) = \log_a x$ durch ein Polynom 1. Grades in einer Umgebung von x_0.
Hinweis: $\log_a(x) = \log_a\left(e^{\ln x}\right) = \ln x \log_a(e) = c_0 \ln x,\ c_0 = \log_a(e)$

b) Finden sie eine *rechentechnisch günstige* Approximation von $\log_{10} 111$ durch ein Polynom 1. Grades (Sie brauchen die numerische Berechnung nicht auszuführen) $\log_{10}(e) \approx 0.4$

c) Finden sie eine Approximation von $\log_a x$ in x_0 durch ein Polynom 3. Grades

d) schreiben Sie die Approximation in x_0 durch ein Polynom des grades n für $f(x) = \log_a(x)$ ($\sum$ −Schreibweise nicht erforderlich)

---

2) Limes: Bestimmen Sie folgenden Limes

$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x e^{t^2}\,dt}{\sqrt{x}}$$

---

3) **Limes von Funktionen**

$$f(x,n) = \begin{cases} (4x(1-x))^n & \text{für } x \in [0,\ 1] \\ 0 & \text{für } x \notin [0,\ 1] \end{cases} \quad \text{für } n = 1, 2, \ldots$$

a) Charakterisieren Sie $f(x,n)$ als Folge von Funktionen von x für $n = 1, 2, \ldots$ (Nullstellen, Extremwerte)

b) skizzieren Sie $f(x,n)$ als Funktion von x für $n = 1, 2, \ldots$ (Extremwerte, Symmetrie etc)

c) finden sie $\lim_{a\to\infty} f(x,a)$ (kein exakter beweis erforderlich)

---

4) **Optimierung:** Gegeben die Funktionen

$$f(x,y) = x^2 + y^2$$
$$g(x,y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

a) finden sie Kandidaten für Extremwerte von f unter der Nebenbedingung

$$\text{NB} : g(x,y) = 1$$

mit Hilfe der Methode von Lagrange

b) Entscheiden Sie welche Punkte lokale oder globale Maxima/Minima des Optimierungs-Problems sind (mit Begründung).

c) Gegeben

$$\begin{aligned} f(x,y) &= h\left(x^2 + y^2\right) \\ g(x,y) &= \sqrt{x} + \sqrt{y} \end{aligned}$$

wo $h(x)$ eine Funktion mit $h'(x) > 0$ für alle $-\infty < x < \infty$. Finden Sie Extremwerte von f unter der NB: $g(x,y) = 1$ und entscheiden Sie ob es sich um Maxima/Minima handelt (mit Begründung)

d) Angenommen die Funktion hat einen Extremwert $= 1/8$. Approximieren Sie den Extremwert unter der NB: $g(x,y) = 1.1$ (mit Begründung).

---

5) **Differenzieren von Gleichungs-Systemen**

$$\begin{aligned} \sqrt{xy}e^{u^2 v} &= e \\ xyuv &= 1 \end{aligned}$$

a) Lösen Sie folgendes Gleichungs-System für $x = 1$, $y = 1$

b) Berechnen Sie du, dv wenn sich $x = y = 1$ um dx bzw dy ändern

c) Berechnen Sie ungefähr $u(1.1,\ 1.2)$, $v(1.1,\ 1.2)$
